

Стари Египћани и њихова математика

Предраг В. Кртолица

Као што се сећамо са часова историје, египатска цивилизација достигла је веома рано висок ниво. Ондашњи Египат био је земља погодна за живот људи, са плодном земљом око реке Нил и пријатном климом. Осим тога, мали број суседа и природне баријере у виду околних пустиња учинили су да је земљу било лако бранити (види слику 1). Све ово имало је за последицу да је Египат имао дуге периоде мира током којих се друштво



брзо развијало.








Сл. 1. Древни Египат.

Око 3000 година п.н.е. два ранија народа су се удружила у египатски народ под једним владаром. Пољопривреда је била развијена уз познавање правилних влажних и сувих доба године. Нил је плавио током кишне сезоне остављајући за собом плодно земљиште које је, уз разруђен систем за наводњавање, давало богате жетве. Познавање датума када ће наступити кишна сезона било је од животног значаја па су астрономска

истраживања била у функцији развоја календара. Осим тога, велика површина коју је земља заузимала захтевала је сложену администрацију, порески систем као и бројну армију. Како се друштво ширило, потребно је било све више података записивати и све више израчунавања вршити ради трговине.

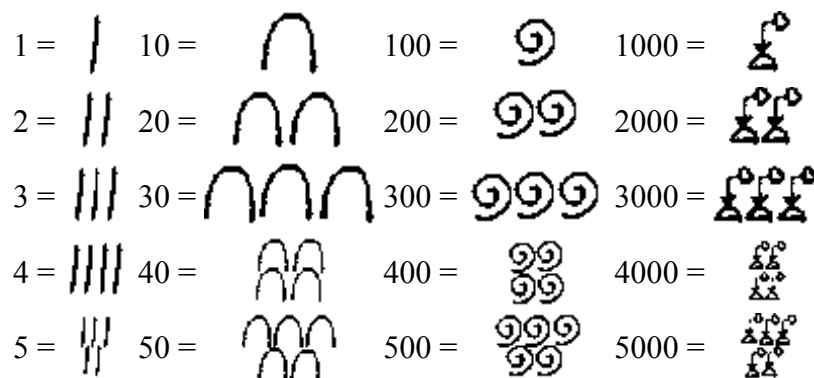
У то време (око 3000 п.н.е.) већ је било развијено хијероглифско писмо, а то је и почетак периода Старог Царства у току којег су подигнуте велике пирамиде. Такви и слични споменици јесу драгоцени извори за наше данашње познавање староегипатске културе уопште, па и онога што нас у овом тренутку највише интересује – египатског бројног система и математике.

Египћани су имали у оквиру хијероглифског писма могућност да записују целе бројеве до милион. База њиховог бројног система била је десет. За сваки степен броја десет постојао је одговарајући симбол (слика 2).

Декадни број	Египатски симбол	
1 =		Прут
10 =		Петна кост
100 =		Клупко конопца
1000 =		Лотосов цвет
10,000 =		Кажипрст
100,000 =		Пуноглавац
1,000,000 =		Запањен човек

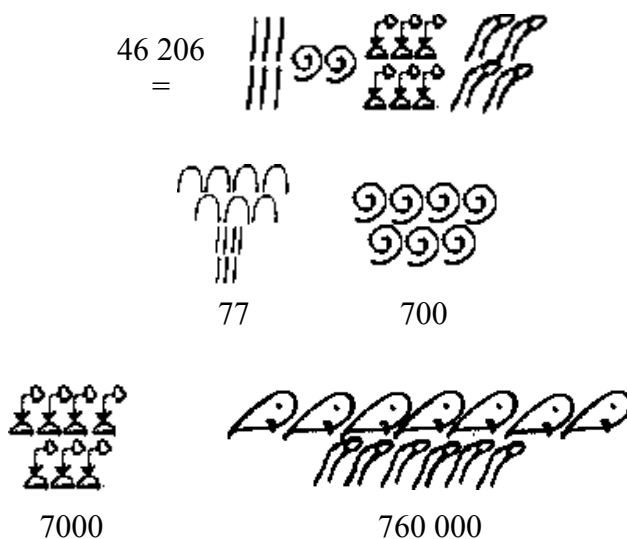
Сл. 2. Симболи цифара у Старом Египту.

Да би се представио број, знак сваког степена броја 10 понављао се онолико пута колико је то потребно. Ради лакшег читања, знаци који су се понављали груписани су у групе од два, три или четири и уређивали су се вертикално (слика 3).



Сл. 3. Примери груписања истих знакова.

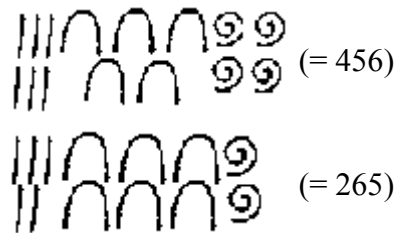
Бројеви су се писали сдесна улево, при чему се почињало од цифре највеће тежине. На слици 4 дати су примери неких бројева који су пронађени на зидовима гробница.



Сл. 4. Примери бројева.

Размотримо сада како су стари Египћани обављали основне аритметичке операције. Што се сабирања и одузимања тиче, користили су у основи исти поступак који и ми користимо данас. Груписали би све знаке (од оба сабирка) за јединице, десетице итд. Ако би запис садржао више од десет симбола за јединицу, десет знакова за јединицу замењивали би једним знаком за десет, све док број знакова за јединицу не би био мањи од десет. На сличан начин наставили би да десет симбола за десетицу замењују једним знаком за стотину итд.

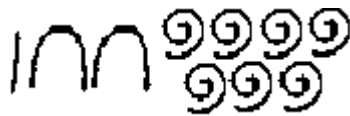
Примера ради, ако би желели да саберу бројеве 456 и 256, запис би имао следећи облик



Онда би староегипатски рачунџија искомбиновао све симболе како би добио следећи запис



Још преостаје да се једанаест симбола за јединицу замени једним симболом јединице и једним симболом десетице. Тако би се добила јединица и 12 десетица које се замењују са два симбола за десетицу и једним за стотину. Када се тај посао оконча добијамо збир 721 који се записивао као



Одузимање је вршено по сличном принципу с тим да, када је потребно извршити позајмицу, вршиму замену једног симбола веће декадне јединице са десет симбола следеће мање декадне јединице.

Стари Египћани су множење обављали на прилично домишљат начин али је њихов поступак захтевао више времена од оног који ми данас користимо. Ако, на пример, желимо да на њихов начин помножимо бројеве 28 и 6, поступак је следећи

1 28

*2 56

*4 112

$$2 + 4 = 6 \quad 56 + 112 = 168$$

Множење почиње исписивањем листе бројева облика ($2^k, 2^k \times 28$) ($k = 0, 1, 2, \dots$) или, простије речено, исписивањем множеника и удвостручавајући сваку наредну вредност, док је са леве стране број са којим је множеник умножен. Са исписивањем ове листе престаје се када увидимо да је број са леве стране превазишао вредност множиоца (овде је $8 > 6$ па није потребно уписивати тај ред). Потом преостаје да се одаберу бројеви са леве стране горњег записа који у збиру дају вредност множиоца (означени су звездицама у горњем примеру) и да се одговарајући умношци множеника са десне стране записа саберу. Овде у ствари имамо на делу закон дистрибутивности операције множења над операцијом сабирања:

$$28 \times (6) = 28 \times (2+4) = 28 \times 2 + 28 \times 4 = 56 + 112 = 168.$$

Дељење опет има сличан приступ као и множење. Ако је Стари Египћанин желео да изврши, рецимо, дељење $84/6$ онда би он размишљао на начин да 6 помножено неким бројем даје 84. Стога би се послужио следећим записима:

$$\begin{array}{l} 1 \quad 6 \\ 2 \quad *12 \\ 4 \quad *24 \\ 8 \quad *48 \end{array}$$

$$2 + 4 + 8 = 14 \quad 12 + 24 + 48 = 84$$

И овде се са исписивањем листе стаје када приметимо да треба да са десне стране добијемо број који је већи од дељеника ($96 > 84$ за наш пример). Сада се означавају бројеви са десне стране који су у збиру једнаки дељенику (84 у овом примеру). Остаје да се саберу одговарајући бројеви са леве стране и тако добијемо вредност количника.

Али, шта се дешава када имамо остатак при дељењу? У том случају Египћани су користили и разломке. На пример, ако желимо да поделимо 1500 са 65, поступак је следећи:

1	65
2	130
4	260
8	520
16	1040

Овде стајемо са исписивањем листе јер следеће удвостручавање даје број већи од дељеника ($2080 > 1500$). Сада тражимо бројеве са десне стране чији збир s има особину $1500 - 65 < s \leq 1500$ ¹. У нашем случају је

$$1040 + 260 + 130 + 65 = 1495$$

при чему нам недостаје још 5 до 1500. Ако саберемо бројеве са леве стране бројева од којих смо направили претходни збир имамо

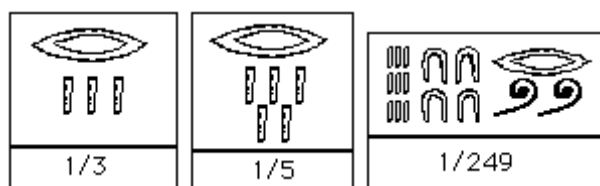
$$16 + 4 + 2 + 1 = 23.$$

Према томе,

$$1500 / 65 = 23 \frac{5}{65} = 23 \frac{1}{13}.$$

Треба имати у виду да су Египћани користили само разломке чији је бројилац један. У случају да резултат садржи другачији разломак они би га записивали у облику збира јединичних разломака, тј. разломака чији је бројилац јединица. Изузетак се састоји у честом коришћењу разломка $2/3$ и нешто ређем коришћењу разломка $3/4$.

Јединични разломци, тј. разломци облика $1/n$ где је n цео број записивани су у облику нумеричких хијероглифа записивањем сибола за "уста" (са значењем "део") изнад целог броја који представља именилац. На слици 5 приказани су записи неких разломака.



Сл. 5. Примери разломака.

¹ Египћани су знали да је увек могуће пронаћи такав број!

Приметимо да се у случају да се репрезентација имениоца састоји од пуно симбола, симбол за "део" ставља изнад "првог дела" броја. У горњем примеру за $1/249$ симбол "уста" стављен је изнад симбола за стотине, јер су, као што је већ речено, бројеви записивани сдесна улево почев од цифара већих тежина.

Адреса аутора:

Природно-математички факултет у Нишу